RECUEIL DE RÉSUMÉS

WIMAM 2015

5-ième Workshop International

sur les Mathématiques Appliquées et la Modélisation

Guelma - Algérie

25 - 26 Octobre 2015

organisé par

Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Modélisation

Université 8 Mai 1945, Guelma

EXPOSÉS ORAUX

Analyse de la convergence des méthodes d'éléments finis mixtes
Abdelhamid Ayadi (Univ. Oum El Bouaghi, Algérie)

Sur le concept de "Développement Asymptotique" : Un Exemple d'application du lemme de Watson
Abdallah Benaissa (Univ. Batna, Algérie)

Lemmes pour le modèle de l'atmosphère avec des phénomènes de rayonnement
Meryem Benssaad (Univ. Guelma, Algérie)

Linking theorems
Ali Djellit (Univ. Annaba, Algérie)

General boundary stabilization result of memory-type thermoelasticity with second sound
Salah Drabla (Univ. Setif, Algérie)

Equations de fluides compressibles avec petite viscosité : équations paraboliques, équations elliptiques, équations de transport
Hisao Fujita Yashima (Univ. Guelma, Algérie)

Improving the convergence order of the regularization method for Fredholm integral equations of the second kind
Hamza Guebbai (Univ. Guelma, Algérie)

Certains problèmes d'infiltration en dynamique des fluides via une méthode mixte stabilisée
Nasserdine Kechkar (Univ. Constantine, Algérie)

Existence et unicité de la solution pour une classe d'équations stochastiques avec les coefficients définis par rapport à un ensemble fermé de temps
Farhouh Korichi (Ecole Norm. Sup. Kouba, Algérie)

Quelques méthodes de segmentation des images
Messaoud Maouni (Univ. Skikda, Algérie)

Oscillations non stationnaires dans un fluide compressible sous une excitation périodique spatiale
José Marín Antuña (Univ. La Habana, Cuba)

Sur deux lemmes de densité et leur utilisation pour la résolution de problèmes aux limites elliptiques à données non régulières
Mohand Moussaoui (Ecole Norm. Sup. Kouba, Algérie)

Study of flows coupling Saltwater-Freshwater in heterogeneous porous media
Fatma Zohra Nouri (Univ. Annaba, Algérie)

Sur les fonctions de base radiale et applications
Azedine Rahmoune (Univ. Bordj Bou Arreridj, Algérie)

On a vortex motion in geophysical models
Olga S. Rozanova (Univ. Moscou, Russie)

Similation numérique de la dynamique non monétaire des écoulements
Ridha Touihri (Univ. Tunis, Tunisie)

RECUEIL DE
RÉSUMÉS des EXPOSÉS ORAUX

Analyse de la convergence des méthodes d'éléments finis mixtes

Ayadi Abdelhamid(1), **Merabet Abderrahmane**(2)

email : (1) abdelhamidayadi@gmail.com, (2) facmaths@yahoo.fr

L'objectif de ce travail est d'analyser la convergence, dans un cadre général, des approximations par des méthodes d'éléments finis mixtes de problèmes de minimisation sous contraintes linéaires. On se place dans le cadre défini par Brezzi[1] et Brezzi-Raviart [2]. On donne, dans ce contexte, des conditions équivalentes aux conditions données dans les références précitées, et qui seront dans certains cas importants plus facile à vérifier que celles-ci.

Mots clés - Key word : Optimisation, formulation variationnelle, méthode d'éléments finis

Références

[1] Brezzi F. - On the existence, uniqueness and approximation of saddle-point problems arising from lagrangian multipliers, R.A.I.R.O., 8-ème année, août 1974, R.2, pp. 129-151.

[2] Brezzi F.- Raviart P.A.[2], méthode d'éléments finis mixtes les problèmes d'ordre 4 (à paraître).

——— ◇ ——— ◇ ———

Sur le concept de "Développement Asymptotique" : Un Exemple d'application du lemme de Watson

Abdallah Benaissa

Laboratoire LAMIE, El Hadj Lakhdar University, 05000 Batna, Algeria

Notre exposé s'étalera principalement sur deux axes. Premièrement, on fera une introduction un peu élémentaire du concept de développement asymptotique, qui généralise en quelques sortes la notion de développement limité qui consiste à approximer localement une fonction par un polynme. En effet, après avoir été utilisé formellement dès le début du dix septième sicle par des physiciens pour représenter les solutions de certains problmes physiques par des séries non nécessairement convergentes, ce concept a été formulé rigoureusement par le mathématicien français Henri Poincaré dans un article apparu en 1886. La méthode de Poincaré a abouti en gros approximer une fonction, au voisinage de zéro, dans une échelle formée de fonctions puissances. Vu l'élargissement de l'application du concept et l'impossibilité de la formulation de Poincaré couvrir toutes les nouvelles situations rencontrées dans les applications, d'autres mathématiciens avaient généralisé ce concept en permettant l'utilisation d'une échelle quelconque. Comme références de base sur le concept de développement asymptotique, on cite le bon livre [5] de Wong sur l'approximation asymptotique des fonctions intégrales, le livre [4] d'Olver sur l'application du concept dans la théorie des équations différentielles et également les notes [3] sur les intégrales de Laplace intervenant dans la théorie des probabilités. Deuxièmement, on va montrer comment partir d'un résultat classique, on pourra obtenir des résultats originaux. Le résultat classique ici est le lemme de Watson sur l'approximation d'une intégrale de Laplace et le résultat original concerne le développement asymptotique d'une intégrale de type de Laplace dans le cas o la phase atteint son minimum sur une courbe de Jordan. Notre papier [1] est un exemple de problème de développement asymptotique d'une intégrale double oscillante où la phase a une courbe simple de points stationnaires, [2] est une généralisation des résultats du premier papier au cas de dimension supérieure.

Le choix de ce plan pour notre exposé est motivé surtout par le souci de permettre aux jeunes thésards de voir un exemple pratique sur l'exploitation de connaissances acquises pour avancer dans un sujet de recherche.

Key word : Développement asymptotique, intégrale de type de Laplace, lemme de Watson.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] A. Benaissa & C. Roger, (2001), Développement asymptotique d'intégrales doubles avec une courbe de points stationnaires, *C. R. Acad. Sci. Paris, t. **333**, Série I,* 17-22.
[2] A. Benaissa & C. Roger, (2013), Asymptotic expansion of multiple oscillatory integrals with a hypersurface of stationary points of the phase, *Proc. R. Soc.* A **469** : 20130109. http ://dx.doi.org/10.1098/rspa.2013.0109.
[3] K.W., Breitung, *Asymptotic Approximations for Probability Integrals*, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
[4] F. W. J., Olver, *Asymptotics and special functions*, Academic Press, New York, 1974.
[5] R. Wong, *Asymptotic approximations of integrals*, Academic Press, Boston, 1989.

——— ◊ ——— ◊ ———

Lemmes pour le modèle de l'atmosphère avec des phénomènes de rayonnement

Benssaad Meryem (1), **Steave Salvaduray** (2), **Belhireche Hanene** (1)

1) Laboratoire de mathématiques appliquées et de modélisation,
Université 8 mai 1945 Guelma, Algérie
2) Dipartimento di Matematica, Università di Torino, Italie

Nous considérons le système d'équation décrivant l'intensité de la radiation et du mouvement de l'air avec la transition de phase de l'eau et nous intéressons à démontrer l'existence et l'unicité de la solution locale. Il s'agit d'un système d'équations pour les inconnues $(\varrho, \pi, \sigma(m), v, u, T, \{I_\lambda\}_{\lambda>0})$ qui représentent respectivement la densité de l'air sec, la densité de la vapeur d'eau, la densité de l'eau liquide ($m > 0$ est la masse d'une gouttelette), la vitesse de l'air, la vitesse des gouttelettes d'eau, la température et l'intensité de la radiation de langueur d'onde λ.

L'intensité de la radiation $I_\lambda(x, q_1)$ ($x \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$, $q_1 \in S^2$) doit vérifier l'équation

$$-(q_1 \cdot \nabla) I_\lambda(x, q_1) = b_\lambda(x,t) I_\lambda(x, q_1) - J_\lambda(x, t, q_1, I_\lambda, T), \tag{1}$$

où

$$b_\lambda(x,t) = (a_\lambda^{(1)} + r_\lambda^{(1)})\varrho(x,t) + (a_\lambda^{(2)} + r_\lambda^{(2)})\pi(x,t) + \int_0^\infty (a_\lambda^{(3)} + r_\lambda^{(3)})\sigma(m,x,t)dm, \tag{2}$$

$$J_\lambda(x,t,q_1,I_\lambda,T) = \frac{1}{4\pi} r_\lambda^{(1)} \varrho(x,t) \int_{S^2} I_\lambda(x,q_1') P_\lambda^{(1)}(q_1', q_1) dq_1' + \frac{1}{4\pi} r_\lambda^{(2)} \pi(x,t) \times \tag{3}$$

$$\times \int_{S^2} I_\lambda(x,q_1') P_\lambda^{(2)}(q_1', q_1) dq_1' + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty r_\lambda^{(3)}(m) \sigma(m,x,t) \int_{S^2} I_\lambda(x,q_1') P_\lambda^{(3)}(m, q_1', q_1) dq_1' dm +$$

$$+\left(a_\lambda^{(1)}\varrho(x,t)+a_\lambda^{(2)}\pi(x,t)+\int_0^\infty a_\lambda^{(3)}(m)\sigma(m,x,t)dm\right)B[\lambda,T(x)];$$

ici $a_\lambda^{(i)}$, $r_\lambda^{(i)}$, $P_\lambda^{(i)}$ sont des coefficients d'absorption, de réflexion, de diffusion, tandis que $B[\lambda,T]$ est la fonction de Planck. Les coefficients avec l'indice $i=1$ sont relatifs à l'air sec, ceux avec $i=2$ sont relatifs à la vapeur d'eau et ceux avec $i=3$ sont relatifs aux gouttelettes d'eau.

Pour l'équation (1) nous démontrons en particulier deux lemmes affirmant (i) l'existence et l'unicité de la solution I_λ dans la classe $L^\infty(\Omega\times S^2)$ avec ϱ, π, σ et T donnes, (ii) l'estimation dans la norme de $L^2(\Omega\times S^2)$ de la diffrence de deux fonctions de l'intensit de la radiation $I_\lambda^{[1]}$ et $I_\lambda^{[2]}$. Ces deux lemmes devront être fondamentaux pour la construction de la solution locale du système complet d'équations.

Références

[1] Benssaad, M., Ellaggoune, F. : Solution stationnaire du systme d'quations de la radiation et du mouvement d'un gaz visqueux et calorifre. A paraître sur *Rend. Sem. Mat. Univ. Poli. Torino.*

[2] Messaadia, N., Fujita Yashima, H. : Solution stationnaire du systme d'quations de la radiation et de la temprature dans l'air. *Serdica Math. J.*, vol. 39 (2013), pp. 1001-1020.

[3] Selvaduray, S., Fujita Yashima, H. : Equazioni del moto dell'aria con la transizione di fase dell'acqua nei tre stati : gassoso, liquido e solid. *Accad. Sci. Torino, Memorie Cl. Sci. Fis.*, Serie V, Vol. **35** (2011), pp. 37-69.

——— ◇ ——— ◇ ———

Linking theorems

Ali Djellit

Laboratoire de Mathématiques, Dynamique et Modélisation
Université de ANNABA

Ce travail traite de méthodes variationnelles. La teneur est une description d'un théorème d'existence qu'on utilise en théorie des points critiques. Il correspond en fait à une généralisation du théorème de passe-montagne. On parlera de l'incontournable condition de Palais-Smale et du degré topologique. Un exemple illustratif sera présenté en fin de l'exposé. Il s'agit précisément du problème model :

$$\begin{cases} -\Delta u=\lambda u+|u|^{p-1}u & x\in\Omega \\ u=0 & x\in\partial\Omega \end{cases}.$$

Références

[1] A. Ambrosetti, A. Malchiodi, Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems, Camb. stud. in adv. math. 104, (2007).

[2] E. Zeidler, Nonlinear Fonctional Analysis and its Applications III, Variational Methods and Optimization, Springer-Verlag, (1985).

[3] M. Struwe, Variational Methods, Volume 34 (3rd Edition), Springer, (2000).

——— ◇ ——— ◇ ———

General boundary stabilization result

of memory-type thermoelasticity with second sound

Fairouz Boulanouar[1], Salah Drabla[2]

[1),2)]Department of Mathematics, Faculty of Sciences,
University Farhat Abbas of Setif1, Setif 19000, Algeria

email : boulanoir_b@yahoo.com, drabla_s@univ-setif.dz

In this work we consider the n-dimensional system of visco-thermoelasticity with second sound, where a viscoelastic dissipation is acting on a part of the boundary. The system is given by

$$\begin{gathered} u_{tt}-\mu\Delta u-(\mu+\lambda)\nabla(\operatorname{div} u)+\beta\nabla\theta=0 \quad \text{in } \Omega\times(0,+\infty) \\ c\theta_t+\kappa\operatorname{div} q+\beta\operatorname{div} u_t=0 \quad \text{in } \Omega\times(0,+\infty) \\ \tau_0 q_t+q+\kappa\nabla\theta=0 \quad \text{in } \Omega\times(0,+\infty) \\ u(.,0)=u_0, \quad u_t(.,0)=u_1, \quad \theta(.,0)=\theta_0, \quad q(.,0)=q_0 \quad \text{in } \Omega \\ u=0 \quad \text{on } \Gamma_0\times[0,+\infty) \\ u(x,t)=-\int_0^t g(t-s)(\mu\frac{\partial u}{\partial\nu}+(\mu+\lambda)(\operatorname{div} u)\nu)(s)ds \quad \text{on } \Gamma_1\times[0,+\infty) \\ \theta=0 \quad \text{on } \Gamma\times[0,+\infty), \end{gathered}$$

which models the transverse vibration of a thin elastic body, taking into account the heat conduction given by Cattaneo's law. Here, Ω is a bounded domain of $\mathbb{R}^n$ $(n\geq 2)$ with a smooth boundary Γ, such that $\{\Gamma_0,\Gamma_1\}$ is a partition of Γ,ν is the outward normal to Γ, $u=u(x,t)\in\mathbb{R}^n$ is the displacement vector, $q=q(x,t)\in\mathbb{R}^n$ is the heat flux vector, $\theta=\theta(x,t)$ is the difference temperature and the relaxation function g is a positive differentiable function. The coefficients $c,\kappa,\beta,\mu,\lambda,$ τ_0 are positive constants, where μ,λ are Lame moduli and τ_0 is the relaxation time, a small parameter compared to the others. The boundary condition on Γ_1 is the nonlocal boundary condition responsible for the memory effect. We prove an explicit general decay rate result without imposing $u_0=0$. This allows a larger class of relaxation functions and initial data, hence, generalizes some previous results existing in the literature.

keywords : Thermoelasticity with second sound ; viscoelastic damping ;
decay ; relaxation function ; boundary stabilization ; convexity

Subjclassification [2000] 35B37, 35L55, 74D05, 93D15, 93D20

——— ◊ ——— ◊ ———

Equations de fluides compressibles avec petite viscosité : équations paraboliques, équations elliptiques, équations de transport

Hisao Fujita Yashima

Laboratoire de Mathématiques appliquées et modélisation
Université 8 Mai 1945 - Guelma

email : hisaofujitayashima@qq.com

On considère le système d'équations décrivant le mouvement d'un fluide visqueux, compressible et calorifère (équations de Navier-Stokes-Fourier) et on rappelle que dans les gaz ordinaires comme l'air les coefficients de viscosité et de conductivité thermique sont assez petits devant le coefficient qui détermine le gradient de la pression en fonction de la densité et de la température. On pourrait classifier ce système d'équations comme équations du type parabolique (si elles dépendent de t) ou elliptique (si elles ne

dépendent pas de t) accouplées avec une équation de tranport. Mais la petitesse des coefficients de viscosité et de conductivité thermique crée des difficultés dans l'application des méthodes habituelles pour les équations paraboliques ou elliptiques.

Si on considère les équations d'un mouvement stationnaire en une dimension, on trouve des cas dans lesquels, pourvu que les coefficients de viscosité et de conductivité thermique soient suffisamment petits, on peut démontrer l'existence d'une solution dans le voisinage de la solution du système d'équations sans viscosité et sans conductivité thermique, c'est-à-dire, la solution du système d'équations avec la viscosité et la conductivité thermique se comporte d'une manière similaire au cas sans viscosité et sans conductivité thermique (voir [1]).

Même dans le cas où il y a la condensation de la vapeur d'eau, on peut trouver des phénomènes analogues, au moins numériquement (voir [2]). Mais dans ce cas la fonction qui représente la quantité de condensation cause des difficultés par sa définition (qui dépend de la partie positive de la différence entre la quantité de H_2O et la densité de la vapeur saturée) et par son effet thermique dû à la chaleur latente.

Dans cet exposé nous proposons des techniques pour surmonter ces difficultés et donnons quelques améliorations du résultat de [2].

Bibliographie

[1] Ayachi, A., Aissaoui, M. Z., Guebbai, H., Fujita Yashima, H. : Système d'équations décrivant certains mouvements stationnaires en une dimension d'un gaz visqueux et calorifère. A paraître sur *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova.*

[2] Fujita Yashima, H., Ayachi, A., Aissaoui, M. Z. : Ecuaciones del movimiento del aire en una dimensión y cálculo para la formación de nubes por un viento. *Investigación operacional*, vol. **36** (2015), pp. 133-139.

——— ◊ ——— ◊ ———

Improving the convergence order of the regularization method for Fredholm integral equations of the second kind

Hamza Guebbai, Rabeh Debbar, Zeineb Zereg

Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Modélisation,
Faculté de Mathématiques et de l'Informatique et des Sciences de la Matiére,
Université 8 Mai 1945 Guelma. B.P. 401 Guelma 24000 Algérie

email : guebaihamza@yahoo.fr

We build a numerical approximation method, for Fredholm integral equation solution of the second type. This method is based on the regularization by convolution and Fourier series expansion. It provides a better convergence order.

Keyword : integral equation, weak singularity, convolution, Fourier series.

References

[1] M. Ahues, F. D. d'Almeida, R. R. Fernandes, Piecewise constant Galerkin approximations of wealkly singular integral equations, Inter. J. P. A. M. **55** (4) (2009) 569-580.

[2] K. E. Atkinson, *A survey of numerical methods for the solution of Fredholm integral equations of the second kind*, Philadelphia, Pa., Society for Industrial and Applied Mathematics, 1976.

[3] Hamza Guebbai, Regularization and Fourier Series for Fredholm Integral Equations of the Second Kind with a Weakly Singular Kernel, accepted in Num. Fun. Ana. Opti.

[4] H. Guebbai, L. Grammont, A new degenerate kernel method for a weakly singular integral equation, Applied Mathematics and Computation **230** (2014) , p.414-427.

[5] V.M.Tikhomirov, *Some Problems of Approximation Theory*, Moscow University, 1976.

[6] integrals.wolfram.com

———— ◇ ———— ◇ ————

Certains problèmes d'infiltration en dynamique des fluides via une méthode mixte stabilisée

Nasserdine Kechkar

Département de Mathématiques,
Université Frères Mentouri, Constantine

Une méthode mixte d'éléments finis de plus bas ordre (vitesses continues linéaires et pressions constantes par morceaux) est stabilisée au moyen de sauts de pression à travers les frontières d'éléments pour la modélisation numérique de certains problèmes d'infiltration. L'écoulement est approché dans une partie du domaine $\Omega_1 := \Omega_S$ par le système d'équations de Stokes, et dans l'autre partie $\Omega_2 := \Omega_D$ par le système d'équations de Darcy. On utilise une formulation faible du type Nitsche pour permettre l'usage de différents maillages dans les deux sous-domaines. Un exemple numérique confirme les prédictions théoriques et montre la flexibilité de l'approche adoptée.

Mots Clés. Equations de Stokes, équations de Darcy, élements finis mixtes, stabilisation, décomposition de domaine.

AMS Subject Classification. 65N12, 65N30, 65N15, 76D07

Bibliographie

[1] M. Discacciati E. Miglio & A. Quarteroni, Mathematical and numerical models for coupling surface and groundwater flows, Appl. Num. Math., 87(2000), 59-81

[2] D. K. Gartling, C. E. Hichox & R. C. Givler, Simulation of coupled viscous and porous flow problems, Int. J. Comput. Fluid Dyn., 7 (1996), 23-48

[3] A. Hansbo & P. Hansbo, A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 193 (2004), 3523-3540

[4] N. Kechkar & D. Silvester, Analysis of locally stabilised mixed finite element methods for the Stokes equations, Math. Comp., 58 (1992), 1-10

[5] K. A. Mardal, X. C. Tai & R. Winther, A robust finite elemnt method for Darcy-Stokes flow, SIAM J. Numer. Anal., 40 (2002), 1605-1631

[6] A. Masud & T. J. R. Hughes, A stabilized mixed finite element method for Darcy flow, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 191 (2002), 4341-4370

———— ◇ ———— ◇ ————

Existence et unicité de la solution pour une classe d'équations stochastiques avec les coefficients définis par rapport à un ensemble fermé de temps

Farhouh Korichi

Ecole Normale Supérieure de Kouba, Alger
et Ecole Nationale Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur, Rouiba, Alger

On considère l'équation différentielle stochastique de la forme

$$\xi(t) = \overline{\xi}_0 + \int_0^t f(\xi(\iota(s)))ds + \int_0^t \sigma(\xi(\iota(s)))dW(s), \tag{1}$$

où $\iota(t) = \sup\{s \leq t \,|\, s \in I\}$, I étant un ensemble fermé de $\mathbb{R}_+$ tel que, quel que soit $\overline{t} \in \mathbb{R}_+$, l'intersection $I \cap [0, \overline{t}]$ ait l'expression

$$I \cap [0, \overline{t}] = (\bigcup_{m=0}^{\overline{m}-1} (\bigcup_{k=0}^{\infty} [\alpha_k^m, \beta_k^m])) \cup (\bigcup_{k=0}^{\overline{k}} [\alpha_k^{\overline{m}}, \beta_k^{\overline{m}}]), \qquad \overline{m} \in \mathbb{N}, \quad \overline{k} \in \mathbb{N},$$

avec les relations $\alpha_k^m \leq \beta_k^m < \alpha_{k+1}^m$, $\lim_{k\to\infty} \alpha_k^m = \lim_{k\to\infty} \beta_k^m = \alpha_0^{m+1}$. L'équation (1) peut être considérée comme une équation stochastique avec des retards définis par la fonction $\iota(t)$.

Dans notre travail on démontre l'existence et l'unicité de la solution de l'équation (1) sous une condition un peu plus générale que celle de Lipschitz ; la condition que nous proposons est donnée principalement par la relation

$$\sup_{x\in\mathbb{R}^n} |f(x)||x|\varphi'(|x|^2) < \infty$$

avec une fonction $\varphi(c)$ croissant infiniment comme, par exemple, $\varphi(c) = \log(\log(e^2 + c))$. On rappelle qu'il est connu que pour les équations avec le temps continu (c'est-à-dire cas où $I = \mathbb{R}_+$) on peut démontrer l'existence et l'unicité de la solution avec la condition $\sup_{x\in\mathbb{R}^n} f(x) \cdot x\varphi'(|x|^2) < \infty$.

Nous donnons également un contre-exemple avec

$$f(x) = -x(\log(1 \vee |x|))^{1+\varepsilon},$$

qui montre que la condition proposée est presque optimale.

Bibliographie

[1] Korichi, F. : Existence et unicité de la solution pour une classe d'équations stochastiques avec les coefficients définis par rapport à un ensemble fermé de temps. Article soumis.

——— ◇ ——— ◇ ———

Quelques méthodes de segmentation des images

Maouni Messaoud

Département des mathématques, Faculté des Sciences, Univesité 20 août 1955-Skikda

e-mail : maouni21@gmail.com

La segmentation d'images est l'un des problèmes phares du traitement d'images. Elle consiste à partitionner l'images en un ensemble de régions connexes. L'intérêt de ces régions est de pouvoir être manipulées ensuite via des traitements de haut niveau pour extraire des caractéristiques de forme, de position, de taille, etc. Le problème est évidemment très mal posé, car on ne sait jamais dire quelle est la segmentation idéale. L'idée est bien sûr que la région se rapproche de la notion d'objet, au sens courant du terme. Néanmoins, on peut dégager des propriétés plus raisonnables qu'on cherche à obtenir dans un algorithme de segmentation, en particulier :

- Stabilité : la segmentation obtenue ne doit pas varier beaucoup lorsque les conditions d'acquisition varie légèrement (bruit, illumination, point de vue,...)
- Régularit : les régions obtenues doivent être simples à manipuler (taille suffisante, forme régulière,...)

Mots-clés - Keywords : Segmentaion, contours, traitement des images

Bibliographie

[1] L. Ambrosio, N. Fusco, and D. Pallara. *Functions of bounded variation and free discontinuity problems*, Oxford University Press, New York, 2000.

[2] G. Aubert P. Kornprobst, *Mathematical Problems in Image Processing. Partial Differential Equations and the Calculus of Variations*, volume 147 of Applied Mathematical Sciences. Springer Verlag, New York, 2006.

[3] J.-F. Aujol, G. Aubert, L. Blanc-Feraud, and A. Chambolle. *Image decomposition into a bounded variation component and an oscillating component*, Journal of Math. Imag. and Vis., 22 (2005), pp. 71–88.

[4] J.-F. Aujol. *Contribution à l'analyse de textures en traitement d'images par méthodes variationnelles et équations aux dérivées partielles.* Thèse de l'université de Nice Sophia Antipolis 2004.

[5] A. Belhamidi . *Equations aux dérivées partielles appliquées à la restauration et à l'agrandissement des images.* Thèse de l'université Paris IX Dauphine 2003.

[6] M. Bertalmio, L. T. Cheng, S. Osher, and G. Sapiro. *Variational problems and partial differential equations on implicit surfaces.* J. Comput. Phys., 174(2) :759–780, 2001.

[7] P. Blomgren, T. F. Chan, P. Mulet, L. Vese, and W. L. Wan. *Variational PDE models and methods for image processing*, in Research Notes in Mathematics, 420 :43–67. Chapman & Hall/CRC, 2000.

[8] J. Canny. *A computational approach to edge detection.*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.,8, 679–698 (1986)

[9] F.Catte, P.L.Lions, J.M. Morel and T. Coll, *Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion.* SIAM J.Numer. Anal., 29 :182-193, 1992.

[10] T. F.Chan and S. Esedoglu. *Aspects of total variation regularized L^1 function approximation.* SIAM J. Appl. Math. 65(5) :1817–1837, 2005.

[11] A. Chambolle and P. L. Lions. *Image recovery via Total Variational minimization and related problems.* Numer. Math., 76 :167–188, 1997.

[12] A. Chambolle, *Image segmentation by variational methods, Mumford and Shah functional and the discrete approximation.* SIAM Journal of Applied Mathematics, 55, (3) p. 827-863, 1995.

[13] A. Chambolle. *An algorithm for total variation minimization and applications*, J. Math. Imaging Vision, 20 (2004), pp. 89–97.

—— ◇ —— ◇ ——

Oscillations non stationnaires dans un fluide compressible sous une excitation périodique spatiale

José Marín Antuña

Facultad de Física
Universidad de La Habana - Cuba

On étudie un problème avec les conditions à la frontière, problème qui décrit un cas de mouvement d'un fluide visqueux et compressible sous l'action d'une excitation symétrique et spatialement périodique. Par une transformation convenable on peut formuler le problème par l'équation pour la pression p

$$\frac{1}{c^2}\Big[\frac{\partial p}{\partial t} - M\nabla^2 p\Big] - \nabla^2 p = 0,$$

où

$$c^2 = \Big(\frac{\partial p}{\partial s}\Big)_s, \qquad M = \frac{1}{\varrho_0}\Big(\xi + \frac{4\eta}{3}\Big)$$

(ξ et η sont des coefficients de viscosité).

Sur la base de formules analogues aux formules de Green, on construit la solution de ce problème et étudie les caractères de la solution pour de petites viscosités. Les résultats obtenus dans cette étude coïncident avec les observations expérimentales, ce qui valide les résultats de notre recherche et donne de nouvelles directions de la recherche sur le comportement des solutions pour un temps assez long et pour le cas de l'excitation de longitude d'ondes courtes.

Bibliographie

[1] Svieshnikov, A., Simakov, S., Marín Antuña, J : Oscillations non stationnaires d'un fluide visqueux et compressible sous une excitation périodique spatiale (en russe). *Zhurnal Vichislit. Matem. i Matem. Fiziki, AN SSSR*, tome **30** (1991), pp. 324-330.

——— ◇ ——— ◇ ———

Sur deux lemmes de densité et leur utilisation pour la résolution de problèmes aux limites elliptiques à données non régulières

Mohand Moussaoui

Professeur au Laboratoire EDPNL et HM, ENS, Kouba, Alger

Dans de nombreuses situations pratiques la modélisation mathématique d'un phénomène mène à un problème aux limites pour une équation ou un système d'équations aux dérivées partielles avec des conditions aux limites et/ou initiales. Les données de ce type de problème sont alors généralement des fonctions définies sur un domaine physique, domaine sur lequel elles sont posées, ainsi que sur son bord. Leur résolution nécessite la mise en place d'un cadre fonctionnel adéquat qui dépend entre autres de la nature de ces problèmes et de la régularité des données. Par ailleurs on peut se rendre compte assez aisément que la régularité des données définies sur le domaine (forces volumiques, termes sources), celle des données imposées sur le bord et celles des solutions cherchées sont liées. Pour des données très peu régulières et ceci vaut de manière assez générale pour des problèmes linéaires, on a recours aux solutions dites "très faibles" que l'on obtient par transposition.

Dans ce contexte l'une des difficultés rencontrées est de donner une justification rigoureuse des conditions aux limites, et plus précisément de donner une sens précis au fait que les solutions que l'on construit les vérifient.

L'objet de cet exposé est d'abord de démontrer deux lemmes de densité d'espaces de fonctions très régulières dans d'autres espaces fonctionnels (en fait ceux où se trouvent les solutions) et pour lesquels les notions classiques de "traces sur le bord" ne sont pas définies. Nous donnerons ensuite des applications de cette méthode à quelques problèmes aux limites liés à l'équation de Poisson et au système de l'élasticité linéaire (ou système de Lamé).

Référence :

J.L. LIONS - E. MAGENES, *Problèmes aux limites non homogènes et applications*, vol. 1, Paris, Dunod, 1968.

——— ◇ ——— ◇ ———

Study of flows coupling Saltwater-Freshwater in heterogeneous porous media

N. Djedaidi and F. Z. Nouri

Mathematical Modeling and Numerical Simulation Lab (LAM^{2}SIN)
Badji-Mokhtar University, BP 12, Annaba 23000, Algeria

In this work, we consider flows in hydro-systems including soil and geologically complex and heterogeneous aquifers. Several authors have studied this case, for example, the multiphase problem in multilayer coastal aquifers, was considered among others by Huyakorn et al [3] and Ingham et Al [5]. A comparison between the multiphase problem and the monophase (water) with two components (water and salt) was investigated by Hinkelmann et al [4].

It should be noted that at low concentrations, methane is soluble in water, where it builds no new phase but a second component. This requires the study of two phases (fresh water and salted water) with two components (water and methane).Here we consider the case of a coastal aquifer subject to saline intrusion, taking into account the fluid immiscibility. The main difficulty of this system is to prove the existence and uniqueness of the solution. Therefore by using some physical criteria of the medium, we derive a simplified model and study the existence and uniqueness of the solution using results obtained by Gasmi and Al [1]. In addition, we present numerical results, using a numerical scheme proposed by Nouri et Al [2].

References

[1] S. Gasmi and F.Z. Nouri. A Study of a Bi-Phasic Flow Problem in Porous Media, Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, 2013, no. 42, pp 2055-2064.

[2] S. Gasmi and F.Z. Nouri, Numerical Simulation of two Phase flow in a porous medum, Boundary Value Problems, 2015 S-7, pp 1-10.

[3] P. S. Huyakorn, Y. S. Wu, and N. S. Park. Multiphase approach to the numerical solution of a sharp interface saltwater intrusion problem. Water Ressources Research, Vol. 32, no. 1, pp 93-102, January 1996.

[4] R. Hinkelmann, H. Sheta, H. Class and R. Helming. A comparison of different model concepts for saltwater intrusion processes. Calibration and Reliability in Groundwater Modelling. IAIIS Publ. no. 265, 2000.

[5] M. Ingham, J.A. McConchie, SR.Wilson, SR3 ; N. Cozens. Measuring and Monitoring Saltwater Intrusion in Shallow Unconfined Coastal Aquifers Using Direct Current Resistivity Traverses, Journal of Hydrology (New Zealand), Volume 45 Issue 2 (2006).

——— ◇ ——— ◇ ———

On a vortex motion in geophysical models

Olga S. Rozanova

Moscow State University

In the last decades a huge interest in the emergence and persistence of vortices in two-dimensional flows has developed. Many flows in oceans and atmospheres are approximately two-dimensional, and the vortex structures are their characteristic feature. Two-dimensional vortices also play an important role in tokamak-confined plasmas as well as in astrophysical situations such as accretion discs of neutron stars. Although the vortex dynamics can be complicated, it is natural to begin with the study of certain elementary processes. One example is an isolated circular free vortex in rotating fluids. Their dynamics, stability/instability properties are of fundamental interest for refined models of geostrophic turbulence and of the general atmospheric circulations due to the presence of strain and shear in the ambient flow.

We study the behavior of a vortex in a compressible rotating three-dimensional atmosphere in which there is a separation of horizontal and vertical processes, such that the averaging over the height can be applied. The resulting model is the 2D model of compressible barotropic rotating non-viscous medium. In contrast to other model, where first the additional physically reasonable simplifications are made, we deal with special classes of solutions to the full system. This allows us not to lose the symmetries of the model and to catch the complicated features of the full model[1,2]. An example of vortex is a tropical cyclone.

We examine the stability of the vortex with respect to a break of the axial symmetry and the influence of dry friction on the trajectory and characteristics of the vortex. In particular, we build a mathematical model able to explain the changes of the trajectory and intensity of the vortex during landfall [3].

REFERENCES

[1] O.S. Rozanova, J-L. Yu, C-K. Hu //Typhoon eye trajectory based on a mathematical model : Comparing with observational data. Nonlinear Analysis : Real World Applications. 2010. V.11. P.1847–1861.

[2] O.S. Rozanova, J-L. Yu, C-K. Hu // On the position of vortex in a two-dimensional model of atmosphere. Nonlinear Analysis : Real World Applications. 2012. V.13. P.1941 - 1954.

[3] O.S. Rozanova, J-L. Yu, C-K. Hu //Mathematical model of influence of topography on the large atmospheric vortex motion, arXiv :1507.08308, submitted.

PRÉSENTATIONS POSTER

New fractional Montgomery identity and Ostrowski type inequalities

Aissaoui Fatima (Univ. Guelma, Algeria)
Guezane-Lakoud Assia (Univ. Annaba, Algeria)

Etude numérique de l'équation de l'écoulement constant d'un gaz visqueux et calorifère en une dimension

Ayachi Asma (Univ. Guelma, Algérie)

Asymptotic expansion of some singular perturbations problems

Salima Azouz (Univ. Oum El Bouaghi, Algeria)
Senoussi Guesmia (Qassim Univ., Saudi Arabia)

Etude d'une équation de transport avec données peu régulières

Imane Bazine (Univ. Guelma, Algérie)

Multivalued fixed point theorems in generalized b-metric spaces

Safia Bazine (Univ. Oum El Bouaghi, Algeria)
Abdelkrim Aliouche (Univ. Oum El Bouaghi, Algeria)
Fateh Ellaggoune (Univ. Guelma, Algeria)

Global solution for the coagulation equation of water droplets in atmosphere with condensation

Hanane Belhireche (Univ. Guelma, Algeria)
Steave Selvaduray (Univ. Torino, Italy)

Existence globale des solutions des systèmes d'équations de réaction-diffusion avec une matrice de diffusion diagonale

Nabila Barrouk (Univ. Souk Ahras, Algérie)
Abdelkader Moumeni (Univ. Annaba, Algérie)

Asymptotic properties of robust estimator under LTRC model and dependent data

Yachine Chaib (Univ. Souk Ahras, Algeria)
Hocène Boutabia (Univ. Annaba, Algeria)

Estimation d'erreur d'un problème de contrôle optimal de l'obstacle

Yazid Dendani (Univ. Annaba, Algeria)
Radouen Ghanem (Univ. Annaba, Algeria)

Estimation d'erreur d'une classe de problème de l'obstacle

Bochra Djeridi (Univ. Annaba, Algeria)
Radouen Ghanem (Univ. Annaba, Algeria)

Some applications of Garch models on a foreign exchange rate volatility and a price index

Abdelali Ezzebsa (Univ. Guelma, Algeria)
Halim Zeghdoudi (Univ. Annaba, Algeria, Waterford Inst. Technology, Ireland)

Solvability for higher order boundary value problem with integral boundary conditions on an unbounded domain at resonance

A. Frioui (Univ. Guelma, Algeria)
R. Khaldi (Univ. Annaba, Algeria)
A. Guezane-Lakoud (Univ. Annaba, Algeria)

Equation d'évolution de l'écoulement vertical ascendant de l'air provoqué par la condensation de la vapeur - approximation par séparation en t et en z

Ghomrani Sarra (Univ. Guelma, Algérie)

Approches numériques par la méthode de volumes finis de l'équation de Bürgers stochastique

Amar Guesmia (Univ. Skikda, Algérie)

Etude d'une variante de l'équation de la chaleur

Hallaci Khadidja (Univ. Guelma, Algérie)

Existence result for fractional neutral integro-differential equation with pulses in a Banach space

Harrat Aicha (Univ. Guelma, Algeria)

Equations approchées de gouttelettes avec le mouvement de l'air

Kaidouchi Wahida (Univ. Guelma, Algérie)

Asymptotic expansion of a class of double Laplace-type integrals

N. Kamouche (Univ. Batna, Algeria)
A. Benaissa (Univ. Batna, Algeria)

Approximate contrllability of fractional neutral stochastic equations in Hilbert spaces with fractional Brownian motion

Kerboua Mourad (Univ. Guelma, Algeria)

Reflected backward doubly stochastic differential equations with discontinuous barrier and time delayed generators

B. Mansouri (Univ. Biskra, Algeria)
N. Chaouchkhouan (Univ. Biskra, Algeria)
L. Tamer (Univ. Biskra, Algeria)

Contribution of line search in the acceleration of the convergence of some nonlinear conjugate gradient methods

Romaissa Mellal (Univ. Guelma, Algeria)
Mohamed Haiour (Univ. Annaba, Algeria)

Equation de déplacement et de coagulation des gouttelettes dans un vent vertical

Meriem Merad (Univ. Guelma, Algérie)
M. Zine Aissaoui (Univ. Guelma, Algérie)
Hisao Fujita Yashima (Univ. Guelma, Algérie)

A new block method for computing the symplectic Schur form

Amer Mesbahi (Univ. Souk Ahras, Algeria)
Fateh Ellaggoune (Univ. Guelma, Algeria)
Abdeslem Hafid Bentbib (Univ. Marrakech, Morocco)

Optimal control of high-order elliptic obstacle problem

Ibtissam Nouri (Univ. Annaba, Algeria)
Radouen Ghanem (Univ. Annaba, Algeria)

Limit cycles for a class of fifth-order differential equations with small parameter

Nabil Sellami (Univ. Guelma, Algeria)
Amar Makhlouf (Univ. Annaba, Algeria)

Equation du mouvement de la circulation générale de l'atmosphère

Selma Salah (Univ. Guelma, Algérie)

Properties of evolutive basins in coupled maps

Selmani Wissame (Univ. Annaba, Algeria)
Djellit Ilhem (Univ. Annaba, Algeria)

Equations du mouvement de l'air dans un tuyau fermé avec la condensation de la vapeur

Lynda Taleb (Univ. Tizi Ouzou, Algérie)
Rachid Benabidallah (Univ. Tizi Ouzou, Algérie)

Bilateral obstacle optimal control problem

Billel Zireg (Univ. Annaba, Algeria)
Radouen Ghanem (Univ. Annaba, Algeria)

SÉLECTION DE
RÉSUMÉS DE POSTER

Etude numérique de l'équation de l'écoulement constant d'un gaz visqueux et calorifère en une dimension

Ayachi Asma

Laboratoire de mathématiques appliquées et de modélisation,
Université 8 mai 1945 Guelma, Algérie

On considère le système d'équations de l'écoulement constant de l'air sur une longue surface terrestre avec des lieux élevés (montagne), dans lequel intervient la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air

(1) $$K_\varrho \frac{d}{dx}w = f_1 \frac{d^2 w}{dx^2} + f_2 w - \frac{R_1 K_\varrho}{\sqrt{1+h'^2}} \frac{d}{dx}\big(\sqrt{1+h'^2}\frac{T}{w}\big) - h' \frac{K_\varrho}{w} g - \alpha w + \gamma,$$

(2) $$K_\varrho c_v \frac{dT}{dx} = \kappa \frac{d^2 T}{dx^2} - R_1 \frac{K_\varrho \sqrt{1+h'^2}}{w} T \frac{d}{dx}\Big(\frac{w}{\sqrt{1+h'^2}}\Big) +$$
$$+ g_1 \Big(\frac{d}{dx}w\Big)^2 + g_2 w \frac{d}{dx} w + g_3 w^2 + L_{gl} H_{gl},$$

où f_1, f_2, g_1, g_2, g_3 sont des fonctions dérivant des coefficients de viscosité.

Pour le calcul numérique, le terme $L_{gl}H_{gl}$ dans (2) crée quelques difficultés pour la résolution numérique des équations (1)-(2) avec H_{gl} définis comme suit

$$H_{gl} = \frac{d}{dt}[q_0\varrho(x) - \overline{\pi}_{vs}(T(x))]^+ = \frac{w}{\sqrt{1+h'^2}}\frac{d}{dx}[q_0\varrho(x) - \overline{\pi}_{vs}(T(x))]^+.$$

En premier lieu, la dérivée de la partie positive d'une fonction est généralement discontinue, ce qui peut provoquer l'instabilité du calcul numérique. Donc, pour résoudre nos équations on a besoin d'introduire un système de calcul particulier. En effet pour surmonter cette difficulté nous utilisons une approximation pondérée de la dérivée.

D'autre part, pour définir la quantité de condensation il est commode d'utiliser l'approximation successive, mais à cause de la non-linéarité forte de la fonction H_{gl} par rapport à T et de la propriété de la chaleur latente qui provoque une oscillation d'approximation successive usuelle. Pour surmonter cette difficulté nous utilisons une approximation successive accumulative.

Dans le résultat du calcul on constate que l'atténuation due à la chaleur latente de la diminution de la température quand l'air monte sur la montagne correspond d'une manière satisfaisante à ce que la théorie physique prévoit et que l'on observe dans la nature.

Références

[1] Fujita Yashima, H., Ayachi, A., Aissaoui, M. Z. : Ecuaciones del movimiento del air en una dimensión y cálculo para la formatión de nubes por un viento. *Investigación operacional*, vol. **36** (2015), pp. 133-139.

[2] Ayachi, A., Aissaoui, M. Z., Guebbai, H., Fujita Yashima, H. : Système d'équations décrivant certains mouvements stationnaires en une dimension d'un gaz visqueux et calorifère. A paraître sur *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova.*

——— ◇ ——— ◇ ———

Asymptotic Expansion of Some Singular Perturbations Problems

Salima Azouz[1] and Senoussi Guesmia[2]

[1] Laboratory SDC, Oum El Bouaghi University, Algeria
[2] Mathematics department, Qassim University, Saudi Arabia
e-mail : [1]salimazouz@gmail.com, [2]senoussi.guesmia@math.uzh.ch

This investigation is concerned with the asymptotic behaviour of the solutions to boundary value problems of elliptic type, when some coefficients of the principal part (not all) become very small. This is what we call an elliptic anisotropic singular perturbations problems. We take into account the same type of problems and issues introduced in [2] and [3], an asymptotic expansion, to the solution of the perturbed problem, is constructed and justified. Of course the rate of this expansion is also well analyzed. Since the perturbation is only taken in some directions, the convergence of this asymptotic approximation is ensured in some anisotropic Sobolev spaces (the anisotropy depends on the order of derivatives) far from the boundary layer. It is also possible to give an equivalent asymptotic expansion for the correctors to get a complete asymptotic development on the whole domain.

Key words : Asymptotic analysis, singular perturbations, anisotropic, correctors.

REFERENCES

[1] B. Brighi and S. Guesmia, *On elliptic boundary value problems of order 2m in cylindrical domain of large size*, Advances in Mathematical Sciences and Applications. 18 (1) ; 237-250, 2008.

[2] M. Chipot and S. Guesmia, *On the asymptotic behaviour of elliptic, anisotropic singular perturbations problems*, Commun. Pure Appl. Anal. 8, (1), 179-193, 2009.

[3] M. Chipot and S. Guesmia, *Correctors for some asymptotic problems*, Proc. Steklov Inst. Math. 270, 263-277, 2010.

[4] M. Chipot and S. Mardare, *On Correctors for the Stokes Problem in Cylinders*, in Proc. Int. Conf. on Nonlinear Phenomena with Energy Dissipation. Mathematical Analysis, Modeling and Simulation, Chiba (Japan), 2007.

[5] M. Chipot and K. Yeressian, *Exponential rates of convergence by an iteration technique*, C. R., Math., Acad. Sci. Paris 346, 21-26, 2008.

[6] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Am. Math. Soc., Providence, RI, 1998.

[7] D. Gilbarg, N. S, Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer Verlag, 1983.

[8] De Jager, E.M. and Jiang Furu, *The Theory of Singular Perturbation*, Amsterdam : North-Holland Publishing Co., 1996.

[9] J.L. Lions, *Perturbations Singulières dans les Problèmes aux Limites et* en Controle Optimal, Lect. Notes Math. 323, Springer, Berlin, 1973.

——— ◊ ——— ◊ ———

Etude d'une équation de transport avec données peu régulières

Imane Bazine

Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Modlisation
Université 08 mai 1945, Guelma

Considérons Ω un sous-ensemble ouvert borné de $\mathbf{R}^n$ où $n \geq 2$ muni d'une frontière $\partial\Omega$ de classe C^2 et un champ de vitesse $v = v(t,x)$ défini pour tout $t \geq 0$, $x \in \Omega$. On pose

$$\Gamma_-(t) = \{x \in \partial\Omega \mid n(x) \cdot v(t,x) < 0\},$$

où $n(x)$ désigne le vecteur normal orienté vers l'extérieur à la frontiére au point $x \in \partial\Omega$.

Nous considérons le problème

$$(P) \qquad \left\{ \begin{array}{rl} \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (uv) = gu + f & \text{dans } \Omega \times \mathbf{R}_+ \\ u(\cdot, 0) = u_0 > 0 & \text{sur } \Omega \\ u(\cdot, \cdot) = u_1 > 0 & \text{sur } \Gamma_- \times \mathbf{R}_+. \end{array} \right. ,$$

où g et f sont des fonctions données dans Ω et $f \geq 0$. En utilisant la méthode des caractéristiques, on peut établir facilement l'estimation suivante.

Proposition préliminaire. *Soit u une solution du problème (P). On suppose que v, g et f sont telles que*

$$v, \partial_{x_i} v, \partial_{x_i}\partial_{x_j} v, f, g \in C([0,\bar{t}] \times \Omega).$$

Alors pour tout $t \in [0,\bar{t}]$ on a

$$\| \nabla u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)} \leq \max(\bar{\zeta}_\infty(0),1) \| \nabla u(\cdot,0) \|_{L^\infty_\nu(\Gamma_-)} e^{\int_0^t \tilde{F}(t')dt'} + \int_0^t \tilde{G}(t') e^{\int_{t'}^t \tilde{F}(t'')dt''} dt',$$

où

$$\tilde{F}(t) = \| \nabla \cdot v(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)} + \| g(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)} + \| \nabla v(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)},$$

$$\tilde{G}(t) = \| \nabla f(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)} + \| \nabla(g - \nabla \cdot v)(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)} \| u(\cdot,t) \|_{L^\infty(\Omega)},$$

$$\bar{\zeta}_\infty(0) = \frac{\| \nabla u(\cdot,0) \|_{L^\infty(\Omega)}}{\| \nabla u(\cdot,0) \|_{L^\infty_\nu(\Gamma_-)}}.$$

L'idée de [1] nous permet d'améliorer cette estimation en utlisant le passage à la limite de la norme en $\|\nabla u\|_{L^p}$ pour $p \to \infty$; la condition de cette proposition préliminaire sera affaiblie en certaine mesure.

Nous essayons encore affaiblir la condition de cette proposition préliminaire, en revenant à la méthode des caractéristiques. En effet, notre perspective est d'obtenir cette inégalité sous les conditions

$$v \in L^q(0,\bar{t}; W^1_\infty(\Omega; \mathbf{R}^3)) \qquad \nabla \cdot v \in L^q(0,\bar{t}; W^1_\infty(\Omega)),$$

$$g \in L^q(0,\bar{t}; W^1_\infty(\Omega)), \qquad f \in L^q(0,\bar{t}; W^1_\infty(\Omega))$$

avec $1 < q < \infty$ et une condition convenable (suffisamment faible) sur $u\big|_{\Gamma_-(t)}$. Pour ce faire, nous cherchons une approximation du problème et le passage à la limite des solutions approchées. Nous définissons d'abord la régularisation des coefficients et de la donnée initiale et d'entrée. Toutefois la donnée d'entrée sur $\Gamma_-(t)$ (qui est une partie variable de la frontière) cause des obstacles. Pour surmonter ces obstacles, nous devons introduire des approximations particulières.

Références

[1] D. Ascoli, S. Selvaduray : *Wellposedness in the Lipschitz class for a quasi-linear hyperbolic system arising from a model of the atmosphere including water phase transitions*, NoDEA, vol. 21 (2014), pp. 263-287.

[2] R.J. Diperna, P.-L. Lions : *Ordinary differential equations, transport theory and Sobolev spaces*, Invent. math., vol. 98 (1989), pp. 511-547.

——— ♢ ——— ♢ ———

Common fixed point on one or two generalized metric spaces

Safia Bazine (1)**, Abdelkrim Aliouche** (2) **and Fateh Ellaggoune** (3)

1),2) Department of Mathematics, Larbi Ben M'Hidi University, Oum El Bouaghi.

3) Department of Mathematics, 8 Mai 1945 university, Guelma.

The purpose of our work is to study some fixed point theorems for two operators on a set endowed with one or two vector-valued metrics without using the condition of continuity. By this reason, our results are more general than the same results in (usual) metric space and the conditions are weaker. To our best knowledge, the classical Banach contraction principle was extended for contraction mappings on spaces endowed with vector-valued metrics by Perov in 1964 (see [3]). Since then several papers deal with fixed point theory in generalized metric space (see [1,2]).

For the notion of generalized metric space, we have this definition :

Definition. Let X be a nonempty set. A function $d : X \times X \to \mathbb{R}^n_+$ is said to be a vector-valued metric on X, if and only if for all $x, y, z \in X$ the following conditions are satisfied :

1. $d(x, y) = 0$ if and only if $x = y$;
2. $d(x, y) = d(y, x)$;
3. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

A pair (X, d) is called a generalized metric space.

As we see here the distance is not a scalar but a vector and from this comes the name vector-valued.

After having a better idea about the notion of vector-valued metric, we move on to our main result :

Theorem. Let (X, d) be a complete generalized metric space. Assume that the operators f , $g : X \to X$ and there exist matrices $M, N, P \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}_+)$ which satisfy the following conditions :

(i) $(I - N - P)$ is nonsingular and $(I - N - P)^{-1} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}_+)$;

(ii) C is convergent toward zero, where $C = (I - N - P)^{-1}(M + N + P)$;

(iii) $d(f(x), g(y)) \leq Md(x,y) + N[d(x, f(x)) + d(y, g(y))] + P[d(x, g(y)) + d(y, f(x))]$,
for all $x, y \in X$.

Then :

1. f and g have a common fixed point $z \in X$.
2. if, in addition, $(I - M - 2P)$ is nonsingular and $(I - M - 2P)^{-1} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}_+)$, then z is a unique common fixed point of f and g.

References

[1] A-D. Filip, A. Petruşel, *Fixed point theorems on spaces endowed with vector-valued metrics*, Fixed Point Theory and Appl, (2010), 1-15.

[2] D. O'Regan, R. Precup, *Continuation theory for contractions on spaces with two vector-valued metrics*, Applicable Analysis, (2003), 131-144.

[3] A. I. Perov, *On the Cauchy problem for a system of ordinary differential equations*, Pviblizhen. Met. Reshen. Differ. Uvavn, (1964), 115-134.

——— ◇ ——— ◇ ———

Global solution for the coagulation equation of water droplets in atmosphere with condensation

Hanane Belhireche[1]**, Steave Selvaduray**[2]

[1] Laboratory of Applied Mathematics and Modeling,
University 8 Mai 1945, Guelma, Algeria,
[2] Dipartimento di Matematica, Università di Torino, Italy,

e-mail : [1]hanane.belhireche@gmail.com, [2]steave_selva@yahoo.it, steaveclient.selvaduray@unito.it

In this work we give a global existence and uniqueness theorem for an initial and boundary value problem relative to the coagulation equation of water droplets and we show the convergence of the global solution to the stationary solution.

The coagulation equation is an integro-differential equation that describes the variation of the density σ of water droplets in the atmosphere, which is in the following form

$$\partial_t \sigma (t,x,m) + \nabla_x \cdot (\sigma (t,x,m)\, u (t,x,m)) + \partial_m (m h_{gl} (t,x,m)\, \sigma (t,x,m)) =$$

$$= h_{gl}(t,x,m)\sigma(t,x,m) + \frac{m}{2}\int_0^m \beta(m-m',m')\sigma(t,x,m')\sigma(t,x,m-m')dm' +$$

$$-m\int_0^\infty \beta(m,m')\sigma(t,x,m)\sigma(t,x,m')dm' + g_0(m)\big[N_1 - \widetilde{N}(\sigma)\big]^+(t,x)[Q]^+(t,x) +$$

$$-g_1(m)[Q]^-(t,x)\sigma(t,x,m).$$

The equation is considered on a strip limited by two horizontal planes and its boundary condition is such that rain fall from the upper part of the strip. Assuming bounded continuous and small data we obtain the global existence of the solution in the space of bounded continuous functions by using the method of characteristics.

Bibliography

[1] Belhireche H., Aissaoui M. Z., Fujita Yashima H. : Equations monodimensionnelles du mouvement de l'air avec la transition de phase de l'eau. *Sci. Techn. Univ. Constantine - A*, vol. **31**, pp. 9–17, 2011.

[2] Selvaduray S. C., Fujita Yashima H. : Equazioni del moto dell'aria con la transizione di fase dell'acqua nei tre stati : gassoso, liquido e solido. *Memorie della classe di scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Accademia delle Scienze di Torino*, Serie V, volume 35, pp.37–69, 2011. (see also http ://hdl.handle.net/2318/734).

[3] Selvaduray S. C. : An Initial and boundary value problem on a strip for a large class of quasilinear hyperbolic systems arising from an atmospheric model. (Arxive :1411.2119v1, 2014).

——— ◊ ——— ◊ ———

On the maximum number of limit cycles for a generalization of polynomial Liénard differential systems via averaging theory

Elouahma Bendib [1], Sabrina Badi [2]

[1] Department of Mathematics, University of Annaba, P.O.Box 12, Annaba 23000, Algeria
[2] Department of Mathematics, University of Guelma, P.O.Box 401, Guelma 24000, Algeria
e-mail : [2]badisabrina@yahoo.fr

We apply the averaging theory of first and second order to a class of polynomial differential systems of the form

$$\dot{x} = y - f_1(x)y, \;\; \dot{y} = -x - g_2(x) - f_2(x,y)y,$$

where

$$f_1(x) = \varepsilon f_{11}(x) + \varepsilon^2 f_{12}(x), \quad f_2(x,y) = \varepsilon f_{21}(x,y) + \varepsilon^2 f_{22}(x,y), \quad g_2(x) = \varepsilon g_{21}(x) + \varepsilon^2 g_{22}(x);$$

here f_{1i}, f_{2i} and g_{2i} have degree l, n and m respectively for each $i = 1, 2$, and ε is a small parameter.

We study the maximum number of limit cycles that this class of systems can have bifurcating from the periodic orbits of the linear center $\dot{x} = y$, $\dot{y} = -x$. Note that this system is more general than the one studied in [2]. The main results of this work is the following :

For ε sufficiently small the maximum number of limit cycles for the above generalized Liénard polynomial differential systems bifurcating from the periodic orbits of the linear center $\dot{x} = y$, $\dot{y} = -x$ is

$$\frac{1}{2}\max\{2O(n) - 2; \;\; O(n) + E(m) - 1; \;\; O(n) + O(l) - 2\}$$

using the averaging theory of second order, where $O(i)$ is the largest odd integer less than or equal to i, and $E(i)$ is the largest even integer less than or equal to i.

Subjclass[2010] : 34C25, 34C29, 37G15
Keywords : Limit cycle, liénard differential equation, averaging theory.

References

[1] S. Badi, A. Makhlouf, *Maximum number of limit cycles for generalized Liénard differential equations*, Electronic Jornal of Differential Equations, Vol. 2013(2013), No. 168, pp.1-11.

[2] J. Llibre, C. Valls, *Limit cycles for a generalization of polynomial Liénard differential systems*, Chaos, Soltions and Fractals 46 (2013) 65-74.

[3] J. A. Sanders and F. Verhulst, *Averaging methods in nonlinear dynamical systems*, Applied Mathematical Sci, 59, Springer-Verlag, New York, 1985.

[4] F. Verhulst, *Nonlinear differential equations and dynamical systems*, Universitex, Springer-Verlag, Berlin, 1996.

[5] P. Yu, M. Han, *Limit cycles in generalized Liénard systems*, Chaos Solutions Fractals **20** (2006), 1048-1068.

——— ♢ ——— ♢ ———

Some Applications of Garch Models On a Foreign Exchange Rate Volatility and a Price Index

Abdelali Ezzebsa[2], **Halim Zeghdoudi**[1,3]

[1]LaPS laboratory, Badji-Mokhtar University, BP12, Annaba 23000-Algeria
[2]Laboratoire de mathématiques Appliquées et de Modélisation-LMAM Université 08 mai 1945 Guelma
[3]Department Computing Mathematics and Physics, Waterford Institute of Technology, Waterford-Ireland
e-mail : aezzebsa@gmail.com, hzeghdoudi@yahoo.fr

We study the profit of Garch models which we made two applications relates to exchange rate volatility of Algerian dinar against the euro and U.S dollar and CAC 40 French Index.

The ARCH model proposed by Engle (1982) let these weights be parameters to be estimated. Thus, the model allowed the data to determine the best weights to use in forecasting the variance. A useful generalization of this model is the GARCH parameterizations introduced by Bollerslev (1986). Garch models have been developed to modelling the volatility of finance data. To this end, it plays important role in financial decisions. Volatility is one of the principal parameters employed to describe and measure the fluctuations of asset prices. It plays a important role in the modern financial analysis of which risk management, option valuation and asset allocation. There are different types of volatility : implied volatility, local volatility and stochastic votatility.

Volatility swaps allow investors to trade and to control the volatility of an asset directly. Moreover, they would trade a price index. The underlying is usually a foreign exchange rate but could be as well a single name index. However, the variance swap is reliable in the index market because it can be replicated with a linear combination of options and a dynamic position in futures. There are several area which used Garch model . In this work we based only on a foreign exchange rate volatility and a price index.

The goal of this study is the add another profit of Garch models which we made two applications relates to exchange rate volatility of Algerian dinar against the euro and U.S dollar and CAC 40 French Index.

keywords : volatility swaps, Heston model, Garch/Arch models, forcasting.
subjclass : 60F10, 91B70.

References

[1] Tuckman Bruce. Fixed income securities : tools for today's markets. New York John Wiley and Sons, (1996).

[2] Zeghdoudi, H. Ezzebsa, A.Remita, M. Nedjar,S. Around ARCH/GARCH models and their application to exchange rate volatility. Inernational Journal of Statistics and Economics, Vol 11 N 2 , 44-60 (2013).

[3] Zeghdoudi, H. Lallouche, A.Remita, M,R. On Volatility Swaps for stock market Forecast : Application Example CAC 40 French Index. Submited (2013).

[4] Zakoian, J.-M, "Threshold Arch Models", CREST.DP, (1991).

[5] Zakoian, J.-M, "Threshold Heteroscedastic Models" , Journal of Economic Dynamics and Control, 18, 931–955, (1994).

——— ♢ ——— ♢ ———

Solvability for higher order boundary value problem with integral boundary conditions on an unbounded domain at resonance

A. Frioui[1], R.Khaldi[2], A. Guezane-Lakoud [3]

[1] Department of Mathematics, 08 Mai 45-Guelma University, Algeria
[2] Department of Mathematics, Badji Mokhtar Annaba University, Algeria
[3] Department of Mathematics, Badji Mokhtar Annaba University, Algeria
e-mail : [1] frioui.assia@yahoo.fr, [2] rkhadi@yahoo.fr, [3] a_guezane@yahoo.fr

In this work, we are concerned with the existence of solution of integral boundary condition at resonance for higher order differential equation on the half line

$$x^{(n)}(t) = f(t, x(t)), \ t \in (0, \infty),$$

$$x^{(i)}(0) = 0, \quad \text{for} \ \ i = 0, 1, ..., n-2,$$

$$x^{(n-1)}(\infty) = \frac{n!}{\xi^n} \int_0^\xi x(t)\, dt,$$

where $n \geq 3$ is an integer, $\xi > 0$ and $f : [0, \infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is continuous. By constructing two special Banach spaces and establishing an appropriate compactness criterion, we present some existence results about the boundary-value problem at resonance via Mawhin's continuation theorem of coincidence degree theory

Keywords : Higher order differential equation, integral boundary conditions, resonance, coïncidence degree theorem, half-line.

References

[1] Guezane-Lakoud, A., Frioui, A., "Third Order Boundary Value Problem with Integral Condition at Resonance", *Theory and Applications of Mathematics & Computer Science*, Vol. 3, No.1 pp.56–64, 2013.

[2] Zengji, D., Meng, F., "Solutions to a second-order multi-point boundary value problem at resonance,", *Acta Math. Scientia*, Vol.5, pp. 1567-1576, 2010.

[3] Liu, Y., Li, D., Fang, M., "Solvability for second-order m-point boundary value problems at resonance on the half-line", *Electron. J. Differential Equations.*, Vol.2009, No.13, pp. 1-11, 2009.

[4] Jiang, W., Wang, B., Wang, Z., "Solvability of a second-order multi-point boundary value problems at resonance on a half-line with dim ker L=2", *Electron. J. Differential Equations.*, Vol.2011, No.120, pp. 1-11, 2011.

——— ◇ ——— ◇ ———

Equation d'évolution de l'écoulement vertical ascendant de l'air provoqué par la condensation de la vapeur - approximation par séparation en t et en z

Ghomrani Sarra

Laboratoire de mathématiques appliquées et de modélisation,
Université 8 mai 1945 Guelma, Algérie,
e-mail : sarra.ghomrani@hotmail.fr

Dans [1] nous avons construit la solution numérique de l'équation d'évolution de l'écoulement vertical ascendant de l'air provoqué par la condensation de la vapeur d'eau. Pour réaliser le calcul, nous avons adopté la séparation de la variable du temps t et de la variable spatiale z. Par cette séparation, l'évolution temporelle est donnée par une équation ordinaire (en t), tandis que le mouvement de l'air dans le domaine

$0 < z < \overline{z}_1$ est donné par un système d'équations "quasi stationnaire" en z, c'est-à-dire, équations dans lesquelles les coefficients dépendent de t mais il n'y a pas de dérivée par rapport à t.

Dans cet exposé nous examinons en particulier le système d'équations "quasi stationnaire"

$$w\frac{d\varrho}{dz} + \varrho\frac{dw}{dz} = -\Big(\overline{\pi}_{vs}(T)\frac{d}{dz}\log\varrho - \frac{d}{dz}\overline{\pi}_{vs}(T)\Big)w, \tag{1}$$

$$\varrho c_v\frac{dT}{dz} - R_1 T\frac{d\varrho}{dz} - \frac{\kappa}{\alpha(t)w}\frac{d^2T}{dz^2} = \frac{\mu\alpha(t)}{w}\big(\frac{dw}{dz}\big)^2 + \tag{2}$$

$$+\Big(R_1T + L_{gl}\Big)\Big(\overline{\pi}_{vs}(T)\frac{1}{\varrho}\frac{d}{dz}\varrho - \frac{d}{dT}\overline{\pi}_{vs}(T)\frac{d}{dz}T\Big),$$

$$\alpha(t)^2\varrho w\frac{dw}{dz} + R_1\varrho\frac{dT}{dz} + R_1T\frac{d\varrho}{dz} - \mu\alpha(t)\frac{d^2w}{dz^2} = -g\varrho \tag{3}$$

$$-g\frac{1}{\overline{z}_1}\int_0^t\varphi(t-s)\int_0^{\overline{z}_1}\Big(\overline{\pi}_{vs}(T)\frac{d}{dz}\log\varrho - \frac{d}{dz}\overline{\pi}_{vs}(T)\Big)\alpha w dz ds.$$

Références

[1] Ghomrani, S., Marín Antuña, J., Fujita Yashima, H. : Un modelo de la subida del aire ocasionada por la condensación del vapor y su cálculo numérico. *Rev. Cuba Fís.*, vol. **32** (2015), pp 3-8.

——— ◇ ——— ◇ ———

Approches numériques par la méthode de volumes finis de l'équation de Bürgers stochastique

Amar Guesmia

Département de Mathématiques, Faculté des Sciences
Université 20 Aout 55 Skikda
e-mail : guesmiasaid@yahoo.fr

Ce résumé est consacré à l'étude numérique de plusieurs schémas de volumes finis pour l'équation de Bürgers visqueux stochastique, qui modélise les lignes de vortex dans les superconducteurs à haute température. Il s'agit de l'équation

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) + g(u)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \rho\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \xi(x,t) \qquad x \in [0, 2\pi], \qquad t \geq 0,$$

où $u(x,\, t)$ est la fonction inconnue et ξ une fonction donnée vérifiant une condition du bruit blanc du type espace-temps, qui est centré et de la distribution gaussienne ; il est une variable aléatoire telle que

$$\mathbb{E}(\xi(x,t)\xi(y,s)) = \Delta(t-s)\delta(x-y).$$

Mots-Clefs : Equation de Bürgers stochastique, volumes finis, approches algorithmiques, estimations d'erreur, vitesse de convergence, simulations numériques.

Orientations > On peut consulter

[1] A. Alabert and I. Gyongy. On numerical approximation of stochastic Burgers' equation. In From stochastic calculus to mathematical finance, pp. 1–15. Springer, Berlin,2006.

[2] Z. Brzeźniak, M. Capinski and F. Flandoli. Stochastic partial differential equations and turbulence. Math. Models Methods Appl. Sci., vol. 1, no. 1, pp. 41–59, 1991.

[3] L. Bertini, N. Cancrini and G. Jona-Lasinio. The stochastic Burgers equation. Comm. Math. Phys., vol. 165, no. 2, pp. 211–232, 1994.

[4] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin and V. M. Vinokur. Vortices in high-temperature superconductors. Rev. Mod. Phys., vol. 66, no. 4, pp.1125–1388, 1994.

[5] A.Guesmia , N. Daili, Approche numerique de la solution entropique de l'équation de l'evolution de buegers par la méthode desc lignes. Sciences,general mathematics Vol. 17,2009, no. 2, 99 - 111.

——— ◊ ——— ◊ ———

Existence et unicité de la solution pour un équation intégro-différentielle d'ordre fractionnaire

Hallaci Ahmed

Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Modlisation
Université 08 Mai 1945, Guelma

Nous étudions l'existence et l'unicité de la solution d'un équation intégro-différentielle d'ordre fractionnaire avec conditions intégrale fractionnaire et différentielle, l'édée est de transformer l'équation en une équation intégrale. Ensuite, on écrit l'équation sous la forme d'un probléme de point fixe, après cela on utilise le théorème de point fixe de Krasnoselskii et le principe de contraction de Banach pour prouver l'existence et l'unicité (respectivement) de la solution dans l'espace de Banach C. Finalement, nous donnons un exemple qui vérifie, à la fois,l'existence et l'unicité de la solution dans C.

Références

[1] I. Podlubny, Fractional Differential Equations, Mathematics in SCIENCE and ENGINEERING, volume 198 .

[2]A. Kilbas, Hari M.Srivastava, Juan.Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, In : north-Holland Mathematics Studies, 204, Elsevier Science, B. V - Amsterdam, 206.

[3] A. Guezane-Lakoud, R. Khaldi, Solvability of a fractional boundary value problem with fractional integral condition, Nonlinear Analysis 75 (2012) 2692-2700

[4] B. Ahmed, J. Nieto, Existence Result for Nonlinear Boundary Value Problem of FIDE with Integral Boundary Conditions, Bound.Value Probl.(2009), Art.ID 708576

[5] A. Alsaedi, Sotiris K. Ntouyas, B. Ahmed, New existence Results for Fractional Integrodifferential Equations with Nonlocal Integral Boundary Condition,Abstract and Applied Analysis(2004) ID 205452

[6] Crichnan Balachandran, Juan J. Trujillo, The nonlocal Cauchy Problem for nonlinear fractional integrodifferential equations in Banach space, Nonlinear Analysis 75(2010)4587-4593

——— ◊ ——— ◊ ———

Equations approchées de gouttelettes avec le mouvement de l'air

Kaidouchi Wahida

Laboratoire de mathématiques appliquées et de modélisation
Université 8 mai 1945 Guelma

e-mail : kaidouchi.wahida@gmail.com

On considère l'équation approchée par troncature de l'équation de la coagulation et de la fragmentation des gouttelettes en chute. Plus précisément, en ajoutant le terme de fragmentation à une équation analogue étudiée dans [2], on considère l'équation

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\sigma_M(m,q,\tau) = \widetilde{\chi}_M(m)\overline{\sigma}_{1,\tau}(m)\delta(q+\tau u(m)) + \tag{1}$$

$$+\widetilde{\chi}_M(m)K^{[M]}_{\tau,\zeta}[\widetilde{\chi}_M\sigma_M(\cdot,\cdot,\tau),\widetilde{\chi}_M\sigma_M(\cdot,\cdot,\tau)](m,q) + \widetilde{\chi}_M(m)L^{[M]}_{\tau,\zeta}[\widetilde{\chi}_M\sigma_M(\cdot,\cdot,\tau)](m,q),$$

où

$$\widetilde{\chi}_M(m) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad m \leq M \\ 0 & \text{si} \quad m \geq M+1, \quad \forall M > 0, \end{cases}$$

tandis que $K^{[M]}_{\tau,\zeta}$ et $L^{[M]}_{\tau,\zeta}$ sont les opérateurs intégraux de coagulation et de fragmentation modifiés par la troncature avec $\widetilde{\chi}_M(m)$.

En utilisant le principe du maximum (dans le sens défini dans [2]), nous démontrons l'existence et l'unicité de la solution de (1) pour tout $M > 0$.

En outre, nous démontrons la conservation de la masse pour tout $M > 0$. Plus précisément, on démontre que la masse totale à l'instant $\tau \geq 0$ est majorée par la somme de la masse présente à l'instant initial et de la masse qui est entrée avec la donnée de l'entrée. Ici nous démontrons seulement l'inégalité à cause de la troncature et pas de l'égalité (que l'on espère retrouver dans l'équation originale).

Nous construisons également la “région de dépendance” pour l'équation (1), en suivant l'idée de [1].

Nous espérons que ces propriétés des solutions σ_M de l'équation (1) pour chaque $M > 0$ seront utiles pour l'éventuelle convergence de σ_M dans un espace convenable ; cette limite sera un candidat naturel pour être la solution du problème original, même si le passage à la limite dans l'équation ne sera pas réalisable de manière usuelle.

REFERENCES

[1] Belhireche, H., Aissaoui, M. Z., Fujita Yashima, H. : *Solution globale de l'équation de coagulation des gouttelettes en chute*. Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. Torino, vol. **70** (2012), pp. 261–278.

[2] Galkin, V. A. : *Equation de Smoluchowski* (en russe). Fizimatlit, Moscou, 2001.

——— ◇ ——— ◇ ———

Asymptotic expansion of a class of double Laplace-type integrals

N. Kamouche[1], **A. Benaissa**[2]

[1,2] Laboratory of Mathematical application in electronics and computers,
El Hadj Lakhdar University 05000 Batna, Algeria

e-mail : [1] kamouche_nesrine@hotmail.fr , [2] benaissa.abdallah@yahoo.fr

Consider the double Laplace-type integral

$$I(\lambda) = \int_D g(x_1,x_2)\, e^{-\lambda f(x_1,x_2)} dx_1 dx_2,$$

where D is a bounded domain of $\mathbb{R}^2$, f and g are smooth real valued functions on a neighborhood of the closure $\overline{D}$ of the domain D, and λ is a positive scalar. The problem of the asymptotic expansion of such integrals is frequently encountered in applied mathematics, to approximate integral solutions of certain differential equations, for example in problems concerning the exit time of dynamic systems disturbed by random noise ([5], Ch. 10). It is well known that the major contributions to the asymptotic expansion of such integrals come from points in the closure $\overline{D}$ of the domain D, where f achieves its absolute minimum (see eg, [3], Ch. 8).

In this paper, we are concerned with the case where the phase f achieves its absolute minimum at a non stationary point A_0 of the phase f, located on the boundary ∂D of D. Here we will show that the asymptotic expansion of such integrals is governed by the "order of contact "between the boundary ∂D and the level curve of the phase f through the minimum point A_0. The approach pursued in this paper completely solves the problem in the analytic case, where an asymptotic expansion of the form

$$\sum_{k=2}^{\infty} A_k \lambda^{-\frac{p+k}{p+1}}.$$

Will be constructed , p being the order of contact . Note that the above expansion is of order of $\lambda^{-\frac{p+2}{p+1}}$. This problem has already been studied by several authors (see eg, [5, 6, 4] and [3]), but only in a special case of this work, corresponding to $p = 1$.

References

[1] R. Wong, *Asymptotic approximations of integrals*, Academic Press, Boston, 1989.

[2] W. B. Fulks & J. O. Sather, *II. Laplace method for multiple integrs,* Pacific J. Math. **11,** pp. 185-192, (1962).

[3] G.V. Liakhovetski & R.B. Paris, *Asymptotic expansions of Laplace-type integrals. III, J. of Comp. and Appl. Math.* **132**, pp. 409–429, (2001).

[4] G. Nemes, *Asymptotic Expansions for Integrals,* (Thesis), Lorend Eotvs University , Budapest, May 2012.

[5] Z. Schuss, *Application of stochastic process, An analytical approach,* Springer-Verlag, New York, 2010.

Traitement numérique des équations intégrales de Fredholm faiblement singulières sur un intervalle très grand

Lemita Samir

Laboratoire de Mathématiques Appliquées et de Modélisation
Université 08 Mai 1945, Guelma

Dans notre travail on s'intéresse à la résolution numérique des équations de Fredholm de secondes espéces à noyaux faiblement singulièrs avec un intervalle d'intégration très grand.

Considérons l'équation de Fredholm suivante :

$$u(t) = \int_0^{t_0} g(\mid s - t \mid)u(s)ds + f(t) \qquad t \in [0, t_0] \tag{1}$$

($t_0 \gg 1$ et l'intervalle d'integration est très grand).

On suppose que la fonction $g :]0, t_0] \to \mathbb{R}$ vérifie les conditions suivantes :

- $\lim\limits_{t \to 0^+} g(t) = +\infty$ (faiblement singulières en zéro),
- $g(t) \in C^0(]0, t_0]) \cap L^1(]0, t_0])$,
- $g(t) \geq 0$ pour tout $t \in]0, t_0]$,
- g est striqutement décroissante sur $]0, t_0]$.

Dans notre problème l'intervalle ($[0, t_0]$) est très grand et le pas de la subdivision h est très petit ; tout ça conduit à un système algébrique linéaire de dimension $n = \frac{t_0}{h}$, qui peut être très grand et l'ordinateur ne sera pas capable d'inverser la matrice, qui est complètement pleine. Même si on arrive à calculer l'inverse de la matrice, les erreurs d'arrondi cumulées au cours du calcul affectent considérablement le résultat final.

Idée : En premier lieu nous considérons une grille qui divise notre grand intervalle, ce qui génère un ensemble fini de problèmes du même type mais définis sur des intervalles assez petits. Mais nous allons l'améliorer pour avoir une meilleure approximation en décalant chaque intervalle d'un petit δ. Ensuite, on résout chaque nouveau petit problème en utilisant la méthode de projection. Puis on recole pour obtenir une solution sur le grand intervalle.

Références

[1] M. Ahues, A. Largillier, O. Titaud : The roles of weak singularity and the grid uniformity in the relative error bounds, Numerical Functional Analysis and Optimization, 22 (2002), 789–814.

[2] M. Ahues, F. D'Almeida, A. Largillier, O. Titaud, P. Vasconcelos : An L^1 Refined Projection Approximate Solution of the Radiation Transfer Equation in Stellar Atmospheres, J. Comput. Appl. Math., 140 (2002), 13–26.

[3] O. Titaud : Analyse et résolution numérique de l'équation de transfert. Application aux atmosphères stellaires, Thèse de doctorat, Université de Saint Etienne, France, 2001.

[4] Andrey Amosov, Grigory Panasenko : Asymptotic analysis and asymptotic domain decomposition for an integral equation of the radiative transfer type J. Math. Pures Appl., 84 (2005), 1813–1831.

[5] Mario Ahues, Andrei Amosov, Alain Largillier, Olivier Titaud : L^p error estimates for projection approximations Applied Mathematics Letters, 18 (2005), 381–386.

——— ◇ ——— ◇ ———

Properties of evolutive basins in coupled maps

Selmani Wissame, Djellit Ilhem

Laboratory of Mathematics, Dynamics and Modelization,
Universite Badji Mokhtar - Annaba, Algeria

Two or more oscillators are said to be coupled if they influence each other by any chemical or physical process. Symmetrically coupled nonlinear oscillator systems demonstrating transition to chaos via a sequence of period doubling bifurcations under variation of the control parameter exhibit various types of mutual synchronization [C].

The phenomenon of synchronization has become one of the most active fields of research in nonlinear dynamics. In this work we introduce models of two dimensional piecewise linear transformations and we study the basins of synchronization and their evolution under variation of the parameters of nonlinearity and coupling. Also we define the bidirectional coupled Duffing oscillators ; this last is a good example for the investigation of chaotic synchronization

$$\begin{cases} x''(t) = x(t) - x^3(t) - \alpha x'(t) + \beta\cos(\omega t), \\ y''(t) = y(t) - y^3(t) - \alpha y'(t) + k[x(t) - y(t)] + \beta\cos(\omega t), \end{cases}$$

where k is the coupling parameter.

key words : coupled map ; riddling basins.

REFERENCES

[A] Acilina Caneco, J. L. Rocha, C. Gracio : Topological entropy in the synchronization of piecewise linear and monotone maps. Coupled duffing oscillators. International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol.19, No.11 (2009) 3855-3868.

[B] B. P. Bezruchko, E. P. Seleznev : Basins of attraction for chaotic attractors in coupled systems with period doubling. Institute of Radio Engineering and Electronic, Russian Academy of Sciences (submitted September 17,1996) Pis'ma Zh. Tekh. Fiz. 23, 40-46(february 26, 1997).

[C] B. P. Bezruchko, M. D. Prokhorov, Ye. P. Seleznev : Oscillation types, multistability, and basins of attractors in symmetrically coupled period-doubling systems. Institute of Radio Engineering and Electronic, Russian Academy of Sciences. Accepted 31 May 2002.

[D] I. Djellit, Y. Soula : On riddled sets and bifurcations of chaotic attractors. Applied mathematical sciences, Vol.1, 2007, no.13, 603-614.